

## Программа курса «Теория вероятностей и математическая статистика»

лектор В.Ю.Королев

1. Вероятностное пространство. Операции над событиями. Свойства вероятности.
2. Условная вероятность. Независимость событий. Критерий независимости. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
3. Случайные величины. Измеримость функций от случайных величин.
4. Функция распределения, ее свойства. Дискретные, сингулярные и абсолютно непрерывные функции распределения и случайные величины. Плотность распределения. Теорема Лебега о разложении функции распределения.
5. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты, квантили, медиана. Их свойства.
6. Числовые характеристики случайных величин: дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции. Их свойства.
7. Испытания Бернулли. Биномиальное распределение. Теорема Пуассона. Распределение Пуассона.
8. Испытания Бернулли. Геометрическое распределение. Теорема Реньи. Показательное распределение.
9. Испытания Бернулли. Теорема Муавра—Лапласа. Нормальное распределение.
10. Совокупности случайных величин, случайные векторы. Совместная функция распределения. Независимость случайных величин. Критерии независимости.
11. Виды сходимости последовательностей случайных величин.
12. Неравенства Маркова, Чебышева и Гаусса. Правило «трех сигм». Закон больших чисел в форме Чебышева.
13. Неравенство Иенсена.
14. Характеристические функции и их свойства. Закон больших чисел в форме Хинчина.
15. Центральная предельная теорема.
16. Условное математическое ожидание.
17. Статистическая структура. Выборка. Статистика.
18. Выборочные моменты. Их асимптотическая нормальность.
19. Порядковые статистики. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Их свойства.
20. Точечная оценка. Несмещенность, состоятельность.
21. Функция правдоподобия. Достаточные статистики, полные статистики. Критерий факторизации.
22. Неравенство Рао-Крамера. Эффективные оценки.
23. Теорема Рао-Блекуэлла-Колмогорова. Оптимальность оценок являющихся функцией полной достаточной статистики.
24. Метод моментов. Свойства оценок, полученных методом моментов.
25. Метод максимального правдоподобия. Свойства оценок максимального правдоподобия.
26. Доверительные интервалы. Методы центральной случайной величины и использования точечной оценки.
27. Проверка гипотез. Лемма Неймана-Пирсона.
28. Критерии согласия Колмогорова и хи-квадрат.
29. Статистический анализ нормальных выборок. Распределения хи-квадрат и Стьюдента. Теорема Фишера.